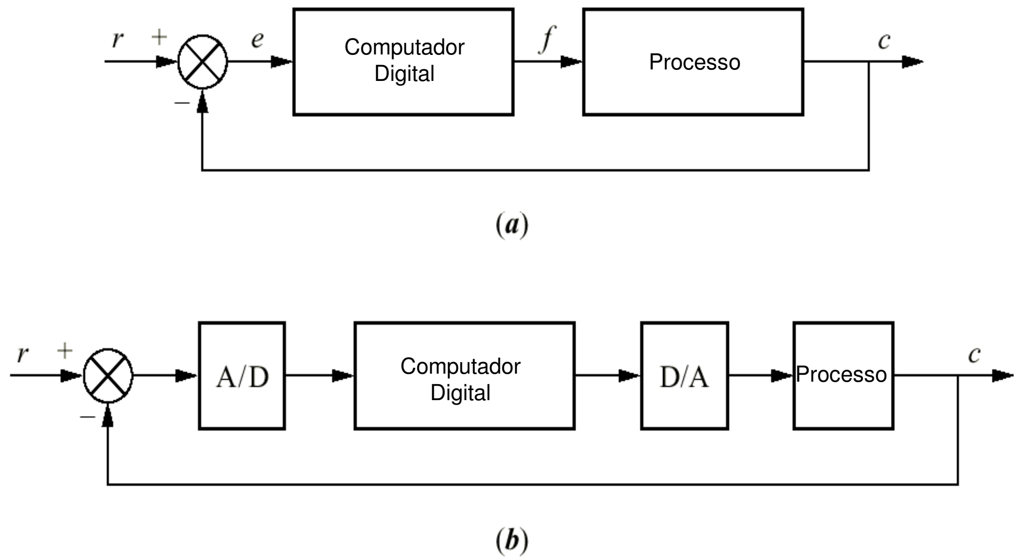
Sistemas Discretos no tempo

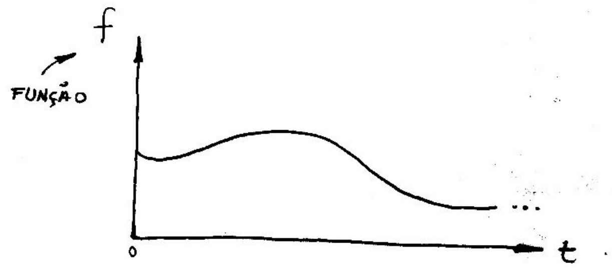
Sistema de controle por computador



1 - INTRODUÇÃO

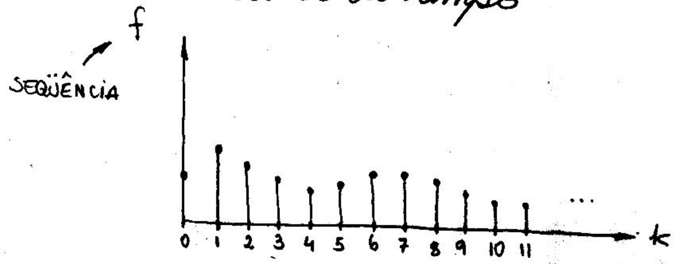
a) Sistemas contínuos no tempo

- Sistemas dinâmicos em que as variáveis podem mudar continuamente (a qualquer instante) no tempo.



b) Sistemas discretos no tempo

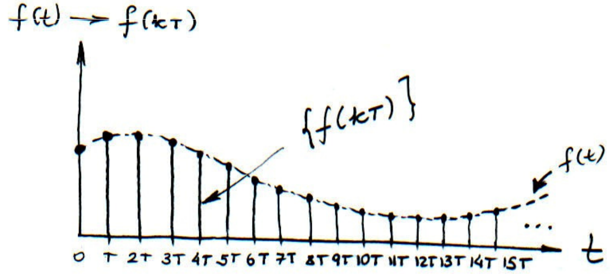
- Sistemas dinâmicos em que uma ou mais variáveis podem mudar apenas em instantes discretos de tempo



CASO ESPECIAL :

Sistemas a dados amostrados

Sinal contínuo $\xrightarrow[\text{NO TEMPO}]{\text{DISCRETIZAÇÃO}}$ sinal discreto
(função $f(t)$) (seqüência $f(kT)$)



$k = 0, 1, 2, \cdots$

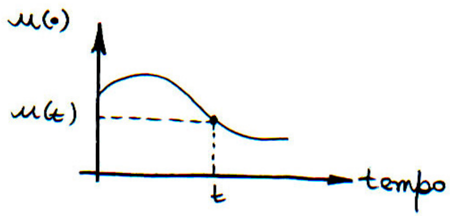
2 - AMOSTRAGEM E DIGITALIZAÇÃO

a) Amostragem

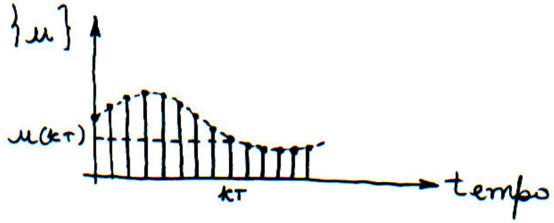
- Transformação de um sinal contínuo (no tempo) em um sinal discreto (no tempo)

$u(\bullet)$
função

$\{u(kT)\}$
seqüência



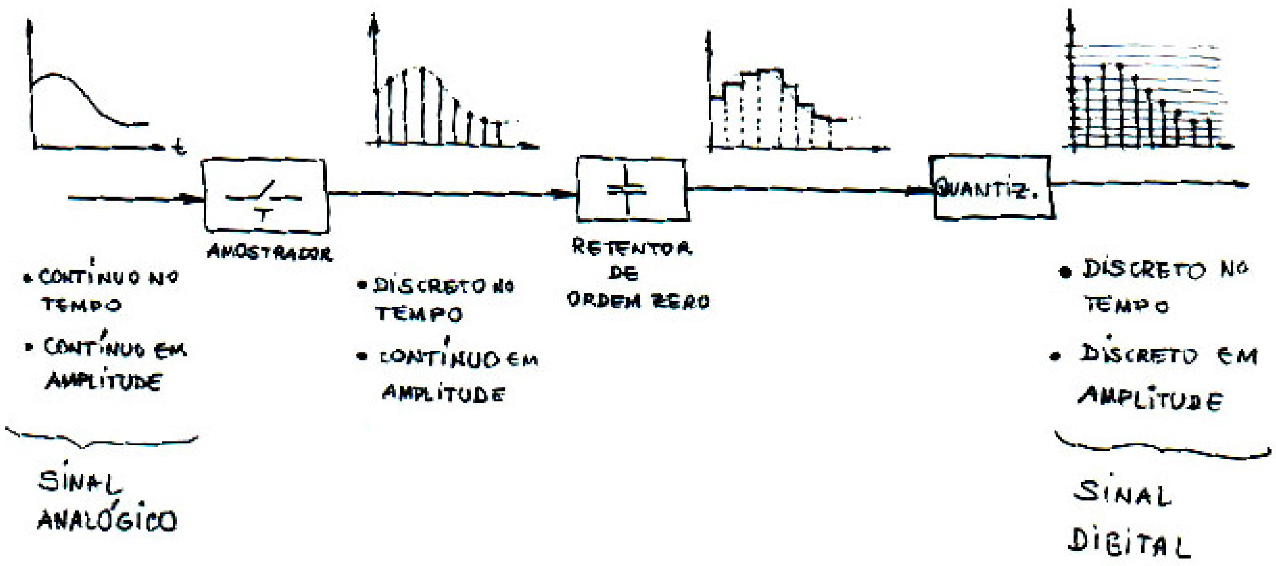
- CONTÍNUO NO TEMPO
- CONTÍNUO EM AMPLITUDE



- DISCRETO NO TEMPO
- CONTÍNUO EM AMPLITUDE

b) Digitalização

= (Amostragem + retenção + quantização) → CONVERSÃO A/D
(DESCRIÇÃO FUNCIONAL E NÃO ESTRUTURAL)



3 - NATUREZA DOS SISTEMAS DISCRETOS

a. Sistemas com amostragem inerente (discretos por natureza)

- Devido à operação sequencial

Ex: Algoritmos computacionais

- Devido à medição

Ex: Instrumentos para meteorologia, radar.

- Devido à operação

Ex: Motores de combustão interna, circuitos com tiristores.

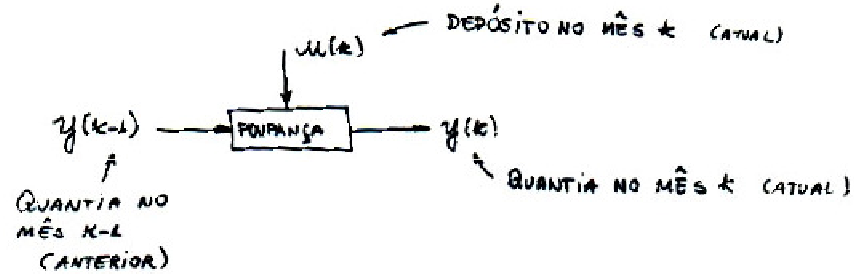
b. Sistemas com amostragem intencional

- Devido à conveniência : Simulação digital
- Devido à interconexão de sistemas contínuos e discretos : Controle de processos físicos por computador

4- Exemplos de sistemas discretos (modelos matemáticos)

a) Poupança (processo econômico) (Amostragem inerente) (intrinsecamente discreto)

q = taxa de juros (%) (constante)



$$y(k) = \left(1 + \frac{q}{100}\right) y(k-1) + u(k)$$

y → variável de saída
u → variável de entrada

$$\boxed{y(k) - \left(1 + \frac{q}{100}\right) y(k-1) = u(k)}$$

$$y(k) + a_1 y(k-1) = b_0 u(k) \qquad \begin{cases} a_1 = -\left(1 + \frac{q}{100}\right) \\ b_0 = 1 \end{cases}$$

Eq. discreta

b) ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA (Amostragem intencional)

$$\frac{dy(t)}{dt} = u(t) \qquad y(0) = 0 \qquad u(t) = 0 \;\text{ p/ }\; t < 0$$

$$\Downarrow$$

$$y(t) = \int_0^t u(\tau)\,d\tau$$

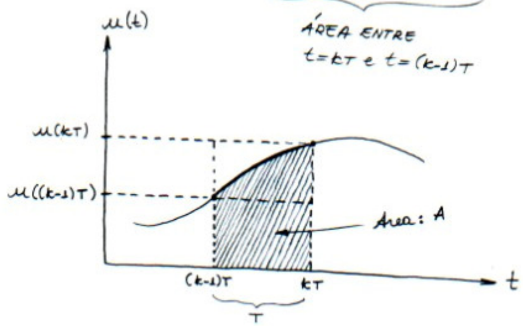
(discretizando com período de amostragem T constante $\rightarrow t = kT$) $(k = 0, 1, 2, \ldots)$

T

$t = kT$

$$y(kT) = \int_0^{kT} u(\tau)\,d\tau = \underbrace{\int_0^{(k-1)T} u(\tau)\,d\tau}_{y((k-1)T)} + \int_{(k-1)T}^{kT} u(\tau)\,d\tau$$

$$y(kT) = y((k-1)T) + \underbrace{\int_{(k-1)T}^{kT} u(\tau)\,d\tau}_{\substack{\text{ÁREA ENTRE}\\ t = kT \text{ e } t = (k-1)T}}$$



Como obter um valor aproximado de A a partir de T, $u(kT)$ e $u((k-1)T)$?

1ª Aproximação : Aproximação retangular progressiva

$$A \cong T.\, u((k-1)T)$$

$$\Rightarrow \boxed{y(kT) - y((k-1)T) = T\, u((k-1)T)}$$

2ª Aproximação : Aproximação retangular regressiva

$$A \cong T.\, u(kT)$$

$$\Rightarrow \boxed{y(kT) - y((k-1)T) = T\, u(kT)}$$

3ª Aproximação : Aproximação trapezoidal

$$A \cong T.\, \frac{u(kT) + u((k-1)T)}{2}$$

EQUAÇÃO DISCRETA

$$\Rightarrow \boxed{y(kT) - y((k-1)T) = \frac{T}{2} u(kT) + \frac{T}{2} u((k-1)T)}$$

$$y(kT) + a_1 y((k-1)T) = b_0 u(kT) + b_1 u((k-1)T) \quad \begin{cases} a_1 = -1 \\ b_0 = T/2 \\ b_1 = T/2 \end{cases}$$