3. Representação Matemática de Sistemas Discretos no Domínio z.

3.1. Transformada de Laplace (revisão)

$$u(t) \longrightarrow \boxed{g(t)} \longrightarrow y(t) \qquad u(t) = e^{st}$$

$s \in \mathbb{C}$
t real

$$y(t) = u(t) * g(t) = e^{st} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-s\tau} d\tau = e^{st} G(s)$$

Igual à excitação — Função de transferência

$$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

domínio t: → domínio s:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \text{Eq. diferencial} & \rightarrow & \text{eq. algébrica} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{Integral de convolução} & \rightarrow & \text{produto} \\ y(t) = g(t) * u(t) & & (Y(s) = G(s) . U(s)) \end{array} \right\}$$

3.2. TRANSFORMADA $\mathcal{Z}$:

3.2.1. INTRODUÇÃO

$$\{u(k)\} \longrightarrow \boxed{\{g(k)\}} \longrightarrow \{y(k)\}$$

$$u(k) = z^k \qquad k \geq 0 \qquad (z \in \mathbb{C})$$

$$y(k) = \sum_{j=0}^{k} g(k-j)\,u(j) = \sum_{j=0}^{k} g(k-j)\,z^j \qquad (k-j) = \ell$$

$$y(k) = \sum_{\ell=0}^{k} g(\ell)\,z^{k-\ell} \implies y(k) = z^k \cdot \underbrace{\sum_{\ell=0}^{k} g(\ell)\,z^{-\ell}}_{G(z)}$$

$$y(k) = z^k\,G(z)$$

3.2.2. DEFINIÇÃO (BILATERAL)

Função da variável complexa z

Sequência

$$\{f(k)\} \xrightarrow{\text{TRANSFORMAÇÃO } \mathcal{Z}} F(z) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)\, z^{-k} \qquad (r_0 < |z| < R_0)$$

TRANSFORMADA BILATERAL

$$F(z) = \mathcal{Z}(\{f(k)\})$$

Isto em uma determinada região de convergência no plano z.